

スパース正則化を用いた磁化構造解析手法の開発と 実データへの適用

火山物理学分科 伊藤良介 (ITO, Ryosuke)



1. はじめに

地上で観測された磁気異常から地下の磁化強度分布を推定する解析を、磁化構造解析と呼ぶ。従来は、構造の空間連続性を制約として課す平滑化という手法を用いた磁化構造解析がおもに実施されてきたが、実際の構造を滲ませたモデルが推定されるという問題点が指摘されていた (Fig.1)。この問題を軽減するために、近年スパース正則化を用いた磁化構造解析が積極的に利用されている (e.g. Pilkington, 2007; Menke, 2018; Utsugi, 2019)。ここで、スパース正則化には入力データの再現に不要な、または寄与が小さい変数の値をゼロに縮小する働き

がある。この働きは磁化構造解析において、平滑化を用いた場合に見られたモデルの滲みを軽減することに対応する。スパース正則化を用いた結果、Fig.2 のように平滑化を用いた場合と比較して入力モデルに近い場所にモデルが復元されることが分かっており、このことは解析の高空間分解能化に寄与すると考えられる。

本研究の位置付けは、スパース正則化を用いた磁化構造解析の高度化にある。具体的には、次の3点に関する手法開発を行った。

- 計算コストの低減
- 計算手順の改良
- モデル分解能評価法の確立

これらを通して、より詳細な磁化構造モデルを推定することが本研究の目的である。

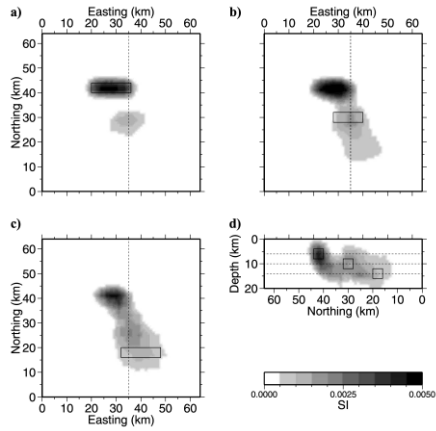


Fig.1 平滑化を用いた磁気インバージョン解析の結果。黒枠が入力モデルの位置を表す。Pilkington (2009)。

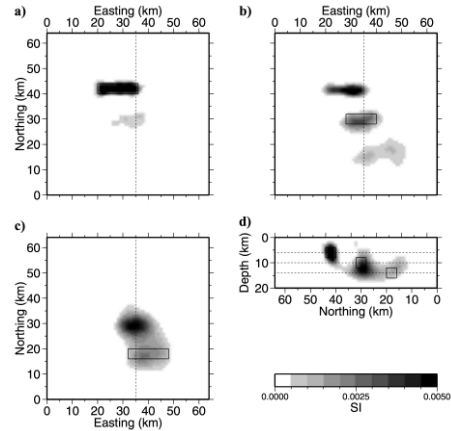


Fig.2 スパース正則化を用いた磁気インバージョン解析の結果。黒枠が入力モデルの位置を表す。Pilkington (2009)。

2. Data-Space Inversion

従来の磁気インバージョン解析では、更新式の中で実質的にモデル領域における逆行列計算を実施する必要があった。しかし、解析領域の拡大やセル分割数の増加に伴い、計算コストおよび計算精度の面で問題が生じていた。そこで、本研究では Showman Morrison Woodbury formula (Golub and Van, 2013) を使用して計算領域をモデル領域からデータ領域へと変換することで、計算コストの低減を図った。L1-L2 ペナルティ磁気インバージョン解析 (Utsugi, 2019) の場合、SMW 公式を用いることで更新式に現れる逆行列計算の計算領域を以下のように変換することができる。

$$(\alpha \mathbf{I}_M + \mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} = \frac{1}{\alpha} \mathbf{I}_M - \frac{1}{\alpha^2} \mathbf{X}^T \left(\mathbf{I}_D + \frac{1}{\alpha} \mathbf{X} \mathbf{X}^T \right)^{-1} \mathbf{X}$$

ここで、 \mathbf{I}_M はモデル数×モデル数の単位行列、 \mathbf{X} はデータ数×モデル数観測行列、 α は超パラメータ、 \mathbf{I}_D はデータ数×データ数の単位行列である。左辺ではモデル数×モデル数の逆行列計算を実施する必要があるのに対して、右辺ではデータ数×データ数の逆行列計算を実施すれば良いということになる。

計算領域の変換の有効性を synthetic test を用いて検証した。Fig.3 は、設定したモデル数・データ数に対するインバージョン解析の総計算時間および必要メモリの関係を示している。従来手法であるモデル領域における計算を行った場合と比較して、本研究で提案するデータ領域における計算を行った場合には計算コストが大幅に減少し、特に、大規模問題ほどその効果が顕著に表れた。この計算コストの低減により、従来と比較して解析領域の拡大やセル分割の細分化が可能となり、より詳細な構造解析が可能となることが期待される。

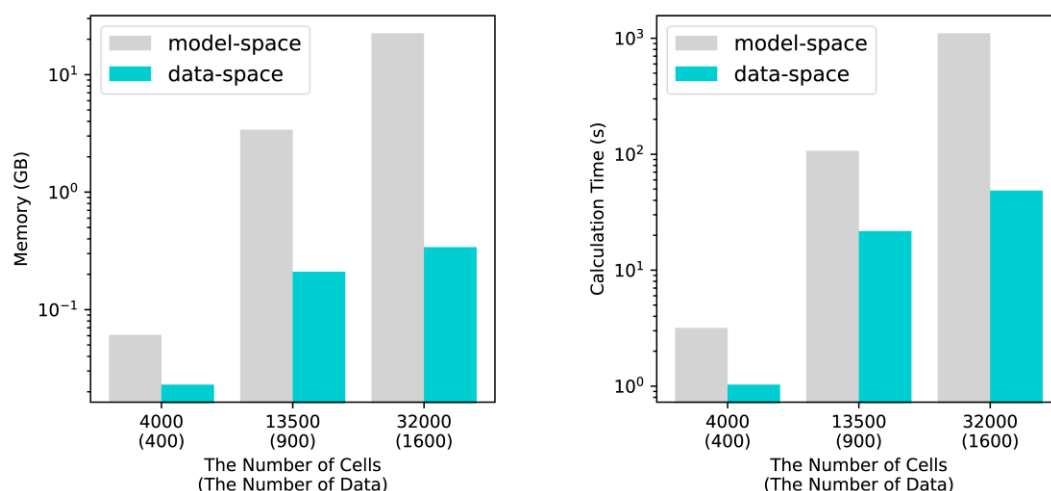


Fig.3 model-space inversion と data-space inversion の計算コストの比較。

左図：インバージョン解析に必要な最大メモリ数。

右図：インバージョン解析の総計算時間。

3. 計算手順の改良

一般的に磁気インバージョン解析を実施する際には、モデル領域が一定の磁化強度（これを平均磁化と定義する）で一様に帯磁していると考え、そこからわずれとして磁化構造モデルが推定される。先行研究（e.g. Grauch, 1987; Tada et al., 2021）では平均磁化と磁化構造モデルが個別に最適化されていたが、このスキームを用いた場合に平均磁化の過大評価・過小評価が発生し、推定モデルに歪みが生じる可能性があることが分かっている。たとえば、入力モデルとして山型のモデル領域全体が平均磁化 0.20A/m で帯磁し、中心に磁化構造モデルとして 2.0A/m に帯磁した帯磁球がある場合を考える（Fig.4a）。このとき、平均磁化で一様に対峙したモデル領域全体がつくる磁気異常と、磁化構造モデルがつくる磁気異常の相関が非常に高いことが原因となり、従来の個別最適化を実施した場合には平均磁化が過大評価され（0.30A/m）、その結果、磁化構造モデル（帯磁球）の復元に失敗してしまう（Fig.4b）。

そこで本研究では、平均磁化と磁化構造モデルの同時最適化を実施することで、今回の実験のように条件の悪い問題を扱う場合にも磁化構造モデルを精度良く推定することが可能ではないかと考えた。同時最適化を実施した結果が Fig.4c である。平均磁化の値として 0.20A/m という入力モデルと殆ど同じ値が推定されたことに加えて、磁化構造モデルも入力モデルと非常に近い大きさとして現れていることが分かる。このように、本研究で提案する同時最適化を用いることによって、磁化構造推定の精度が向上することが分かった。

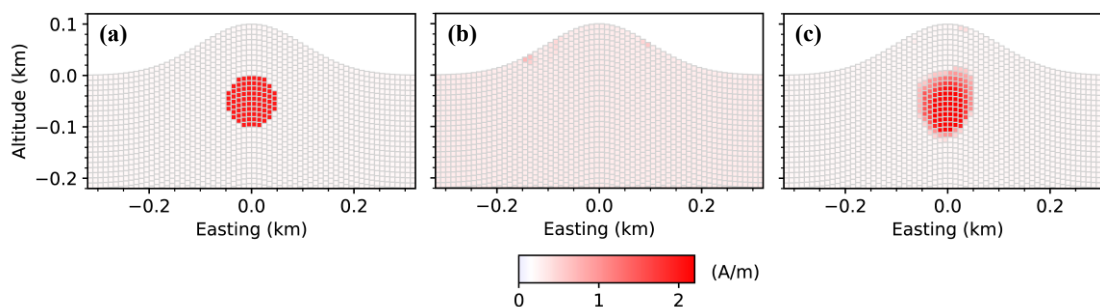


Fig.4 (a) 入力モデルの東西断面図。平均磁化 0.2A/m をモデル領域全体に与え、領域中心部に +2.0A/m の帯磁球を置いた。(b) 従来手法である個別最適化を実施した場合の推定モデル。平均磁化が 0.30A/m と過大評価された結果、帯磁球の復元に失敗してしまった。(c) 本研究で提案する同時最適化を実施した場合の推定モデル。平均磁化・帯磁球ともに従来手法を用いた場合と比較して精度良く推定された。

4. 推定モデルの分解能評価

スパース正則化を用いた磁気インバージョン解析において、推定モデルの分解能評価が実施された例は一例 (Pilkington, 2016) に留まり、確立されているとは言えない。そこで、本研究では point-spread function (e.g. Oldenborger and Routh, 2009) に基づく評価基準を用いて分解能評価を試みた。なお point-spread function は、点源を入力モデルとした際にインバージョン解析の結果どの程度その像を回復できるかを表し、分解能を示す指標として使用される。

synthetic test の結果を示す。Fig.5 は、本研究で使用した分解能評価基準 $s(p_j)$ の分布を示したものであり、色は寒色系に近いほど分解能が高く、暖色系ほど低いことを示す。Fig.5 より、地表から深くなるほど、そして領域の端に近いほど分解能が悪くなっている様子が分かり、これは直感と整合的である。このように分解能を定量的に評価することで、推定された構造が見かけのものであるかを判定することが可能となり、磁化構造推定の更なる高度化に繋がると考えられる。

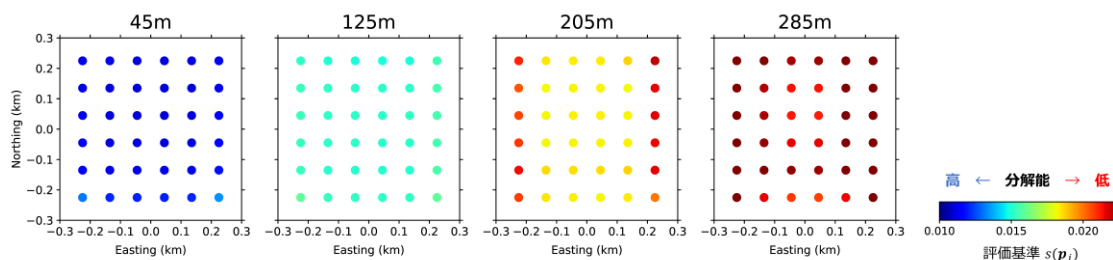


Fig.5 深さ 45m、125m、205m、285m の水平断面図における評価基準 $s(p_j)$ の分布。
寒色系に近いほど分解能が高く、暖色系に近いほど分解能が低いことを表す。

5. 実データ解析 – 岩手県・姫神深成岩体 –

本研究では、提案手法の実解析における有用性を確かめるために3つのフィールド（岩手県・姫神深成岩体、薩摩硫黄島・口永良部島、エチオピア・アファール凹地）で解析を実施した。ここでは、岩手県姫神深成岩体における解析結果を紹介する。

姫神深成岩体は、岩手県盛岡市の北東側に位置する白亜紀深成岩体であり、その上空では、深成岩体の誘導磁化による磁気異常が卓越していることがわかっている（Okuma and Kanaya, 2005）。岩体はその磁化強度（帯磁率）によって岩体 A~C にまで分類される（堅田ほか, 1991; Okuma and Kanaya, 2005）

Okuma and Kanaya (2005) は、この岩体の分類をもとに2次元フォワード解析を行った。ただし、この論文では磁化強度が一様な鉛直ブロックが存在するという仮定の下でフォワード解析が実施されており、推定された構造は実際の構造と大きく異なる可能性がある。そこで、本研究では先に提案した手法を用いた3次元インバージョン解析を実施した。超パラメータの決定には L-curve 法（Hansen et al., 2004）を使用した。

まず、本研究で提案する手法の有用性を検証した。計算コストに関して、従来のモデル領域における計算は手持ちのコンピュータで実施することが不可能であったが、本研究で実装したデータ領域における計算では必要メモリを 6.0GB に抑えることができた。また、平均磁化の値は従来の個別最適化では 0.57A/m と推定されていたが、本研究の同時最適化では 0.12A/m と推定され、岩体を囲む付加体の磁化強度としてより整合的な値が得られた。さらに、point-spread function を用いた分解能評価によって、推定された構造は十分分解能があると判定された。

推定モデルを Fig.6 に示す。白線は地表における姫神深成岩体の分布を表し、色は暖色系ほど磁化強度が高いことを示している。Fig.6b の水平断面図より、白線で示した深成岩体の地表分布と概ね整合的な構造が得られたことがわかる。また、Fig.6c の南北断面図より、岩体 A・B・C の磁化強度の傾向が整合的であることもわかった。加えて、時間の関係上発表では触れなかったが、本研究で推定された構造は、先行研究に示された走向・傾斜や化学分析の結果とも調和的であった。これらは、本研究で提案する手法を用いたからこそ得られた構造であり、実解析における有用性の証左となると考えられる。

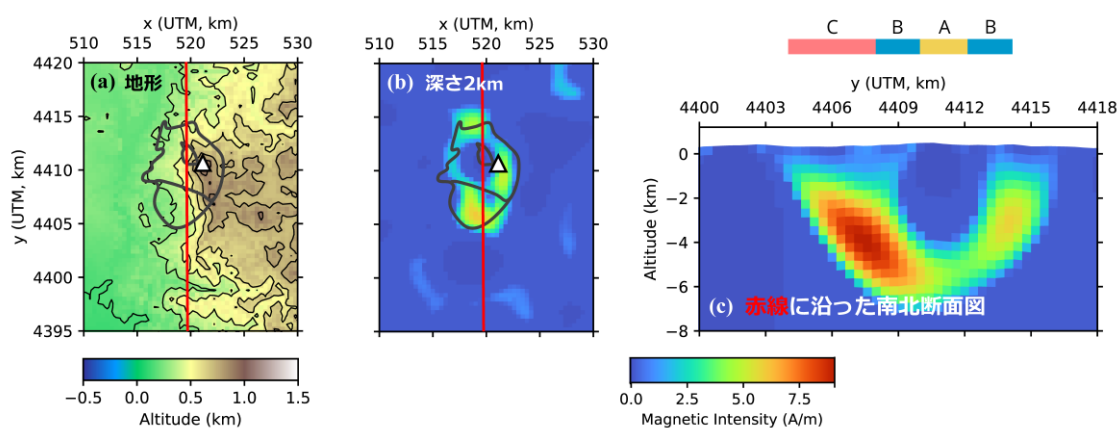


Fig.6 姫神深成岩体におけるインバージョン解析結果。色は暖色系に近いほど磁化強度が強いことを示す。(a) 地形図と姫神深成岩体の地表分布（黒線）。(b) 深さ 2km における水平断面図。(c) (a)および(b)に示した赤線に沿った南北断面図。

6. 結論

スパース正則化を用いた磁気インバージョン解析の高度化を目的として、計算コストの低減、計算手順の改良、分解能評価の 3 点に関する手法開発を実施した。その結果、従来と比較してより詳細な磁化構造の推定が可能となった。提案手法を岩手県姫神深成岩体の上空で取得された磁気異常データに適用した結果、従来手法を用いた場合と比較して計算コスト、平均磁化の値、分解能評価に関して向上が見られた。加えて、先行研究に示された走向・傾斜や帯磁率の傾向、化学分析の結果と整合的な構造が得られた。